

任务

2.1

基尔霍夫定律

基尔霍夫定律包括基尔霍夫电流定律 (Kirchhoff's current law, KCL) 和基尔霍夫电压定律 (Kirchhoff's voltage law, KVL), 它们是计算和分析电路的基本定律, 反映了电路中各电流、电压之间的约束关系。

在介绍基尔霍夫定律之前, 以图 2-1 为例, 首先介绍几个名词和术语。

1. 支路

没有分支的电路称为支路。如图 2-1 所示, 电路有 ABE , ACE , ADE 三条支路。

2. 节点

三条或三条以上支路的交点称为节点。如图 2-1 所示, 电路中 A , E 都是节点, B , C , D 则不是节点。

3. 回路

电路中任意一个闭合路径称为回路, 回路由一条或多条支路组成。如图 2-1 所示, 此电路只有三个回路, 分别是 $ABECA$, $ACEDA$, $ABEDA$ 。

4. 网孔

回路平面上不含支路的回路称为网孔。如图 2-1 所示电路中, 回路 $ABECA$ 和 $ACEDA$ 就是网孔, 而回路 $ABEDA$ 平面内含有 ACE 支路, 所以它不是网孔。

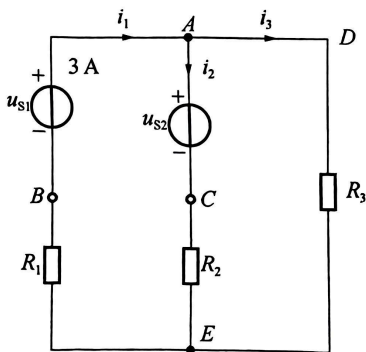


图 2-1 电路的名词和术语

2.1.1 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律指出: “在集总电路中, 任何时刻, 对任一节点, 所有流过节点的支路电流的代数和恒等于零。” 此处, 电流的 “代数和” 是根据电流是流出节点还是流入节点判断的。若流出节点的

电流前面取“+”号，则流入节点的电流前面取“-”号；电流是流出节点还是流入节点，均根据电流的参考方向判断。所以对任一节点有

$$\sum i = 0 \quad (2-1)$$

式(2-1)取和是对连接于该节点的所有支路电流进行的。

在实际应用中，也可按这样的方法列写 KCL 方程：流出节点的电流总和等于流入节点的电流总和，即

$$\sum i_{\text{出}} = \sum i_{\text{入}} \quad (2-2)$$

这就是基尔霍夫电流定律的另一种表示形式，如图 2-2 所示。

若设流入电流为正，可写出 KCL 方程为

$$i_1 + i_4 - i_2 - i_3 - i_5 = 0 \text{ 或 } i_1 + i_4 = i_2 + i_3 + i_5$$

应注意的问题：

对于含有 n 个节点的电路，只能列出 $n-1$ 个独立的电流方程。

列节点电流方程时，只需考虑电流的参考方向，而无须考虑电流的实际方向，当所计算的电流的数值为负值时，说明实际的电流方向与所选定的电流的参考方向相反；当所计算的电流的数值为正值时，说明实际的电流方向与所选定的电流的参考方向相同。

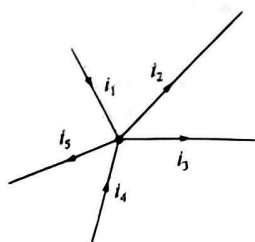


图 2-2 基尔霍夫电流定律节点表示方法

【例 2-1】 列出图 2-3 所示电路中节点 A 的基尔霍夫电流定律表达式。

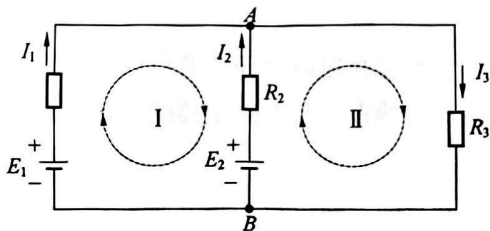


图 2-3 例 2-1 图

【解】 对于节点 A 上的电流，假设流入节点的电流为正，流出节点的电流为负，那么，根据式(2-1)可得

$$I_1 + I_2 + (-I_3) = 0$$

$$I_1 + I_2 = I_3$$

可见，基尔霍夫电流定律也可描述为流入节点的电流之和等于流出节点的电流之和。

【例 2-2】 列出图 2-4 中电路的基尔霍夫电流定律表达式。

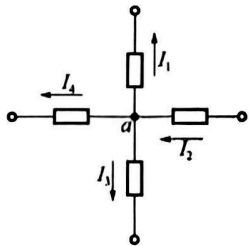


图 2-4 例 2-2 图

【解】若设流向节点 a 的电流为负，流出节点 a 的电流为正，根据 KCL，节点电流方程为

$$I_1 - I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

若 $I_1 = 9 \text{ A}$, $I_2 = -2 \text{ A}$, $I_4 = 8 \text{ A}$, 求 I_3 。

有 $9 - (-2) + I_3 + 8 = 0$,

所以 $I_3 = -19 \text{ A}$ 。

I_3 电流为负值，是由于电流参考方向与实际方向相反所致。

2.1.2 KCL 的推广应用

KCL 不仅适用于节点，也可推广应用于包括数个节点的闭合面（可称为广义节点），即通过任一封闭面的所有支路电流的代数和恒等于零。

对于图 2-5 所示电路，应用 KCL 可得

$$i_1 + i_4 + i_6 = 0$$

$$-i_2 - i_4 + i_5 = 0$$

$$i_3 - i_5 - i_6 = 0$$

三式相加得

$$i_1 - i_2 + i_3 = 0$$

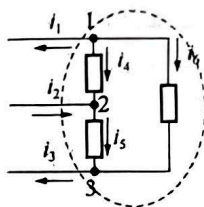


图 2-5 具有闭合面的基尔霍夫电流定律

结论：

①KCL 是电荷守恒和电流连续性原理在电路中任意节点处的反映。

②KCL 是对节点处支路电流施加的约束，与支路上接的是什么元件无关，与电路是线性还是非线性无关。

③KCL 方程是按电流参考方向列写的，与电流实际方向无关。

下面是对于 KCL 的推广应用的另外两个典型例子，如图 2-6 和图 2-7 所示。

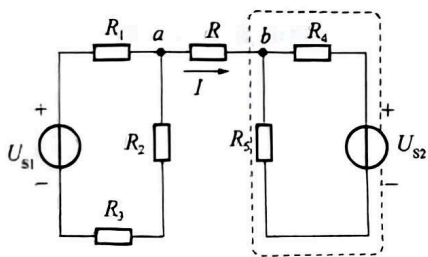


图 2-6 基尔霍夫电流定律推广电路之一

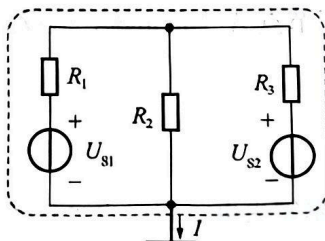


图 2-7 基尔霍夫电流定律推广电路之二

在图 2-6 和图 2-7 中， I 均为 0。

2.1.3 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律指出：“在集总电路中，任何时刻，沿任一回路，所有支路电压的代数和恒等于零。”

所以, 沿任一回路有

$$\sum u = 0 \quad (2-3)$$

式(2-3)取和时, 需要任意指定一个回路的绕行方向, 凡支路电压的参考方向与回路的绕行方向一致者, 该电压前面取“+”号; 支路电压参考方向与回路绕行方向相反者, 前面取“-”号。

图 2-8 中电路选逆时针为绕行方向, 则

$$-E_2 + E_1 + U_4 - U_3 = 0$$

式中各电压和电动势的正、负符号的确定方法如下:

①首先选定各支路电流的方向。

②选择回路的绕行方向 (既可沿着顺时针方向绕行, 也可沿着逆时针方向绕行)。

③电阻元件的端电压为 $\pm IR$, 当通过电阻的电流方向与绕行方向一致时, 该电阻上的电压取正号; 否则取负号。

④电源电压为 $\pm U$, 当电源电压方向与回路绕行方向一致时, 选取正号; 否则取负号。

在图 2-9 中, 各电压、电流参考方向已标出, 选取回路绕行方向 (如图所示)。根据 KVL, 可得

$$-U_1 - U_{S1} + U_2 + U_3 + U_4 + U_{S4} = 0$$

即

$$-R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 + R_4 I_4 = U_{S1} - U_{S4}$$

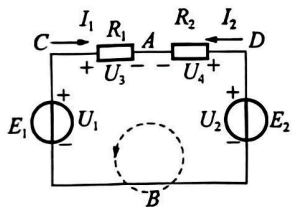


图 2-8 基尔霍夫电压定律表达式

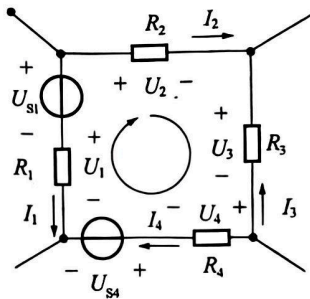


图 2-9 基尔霍夫电压定律电压的参考方向

【例 2-3】 图 2-10 为某电路中的一个回路, 通过 A, B, C, D 四个节点与电路的其他部分相连接, 求电阻 R 的大小。

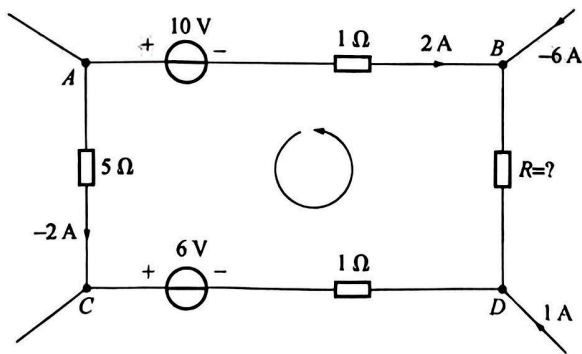


图 2-10 例 2-3 图

【解】先按 KCL 求出图中的未知电流：

$$I_{BD} = [2 + (-6)] \text{ A} = -4 \text{ A}; I_{DC} = (I_{BD} + 1) \text{ A} = (-4 + 1) \text{ A} = -3 \text{ A}$$

再按 KVL 求出电阻 R 上的电压：

$$U_{BD} = [-1 \times 2 - 10 + 5 \times (-2) + 6 - 1 \times I_{DC}] \text{ V} = -13 \text{ V}$$

从而求出电阻 R 为

$$R = \frac{U_{BD}}{I_{BD}} = \frac{13}{4} \Omega$$

2.1.4 KVL 的推广应用

KVL 不仅适用于电路中任一闭合回路，还可推广应用于任一不闭合回路。

如图 2-11 所示电路中，由 KVL 可得：

$$U_{ab} - R_3 I_3 + R_2 I_2 - U_{S2} - R_1 I_1 + U_{S1} = 0$$

所以

$$U_{ab} = -U_{S1} + R_1 I_1 + U_{S2} - R_2 I_2 + R_3 I_3$$

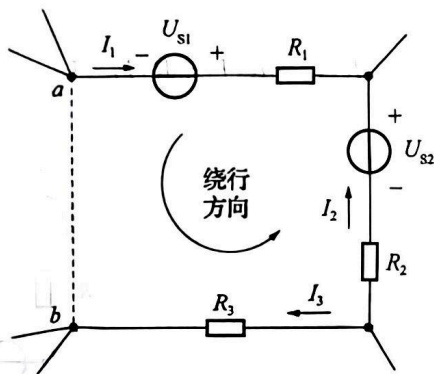


图 2-11 非闭合回路基尔霍夫电压定律

电路中任意两点间的电压 U_{ab} 等于从 a 点到 b 点的任一路径上各段电压的代数和。此即求解电路中任意两点间电压的方法。

结论：

① KVL 的实质反映了电路遵从能量守恒定律。

② KVL 是对回路中的各支路电压施加的线性约束，与回路各支路上接的是什么元件无关，与电路是线性还是非线性无关。

③ KVL 方程是按电压参考方向列写的，与电压实际方向无关。

【例 2-4】 图 2-12 所示电路中，电阻 R 有无电流？求电压 u_1 和 u_2 。

【解】 $u_1 = 2 \text{ V}$ ， $u_2 = 8 \text{ V}$ ， R 中无电流。

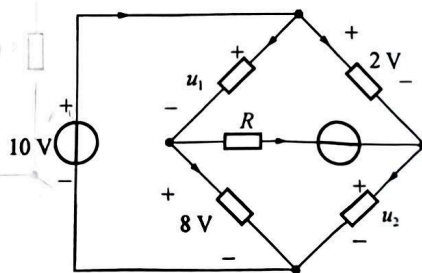


图 2-12 例 2-4 图